

SMO Beispielaufgaben

1. In einem Raum sind sechs Personen. Je zwei dieser Personen sind entweder Freunde oder Feinde. Zeige, dass man stets drei dieser Leute auswählen kann, die entweder gegenseitig befreundet oder gegenseitig befeindet sind.
2. Drei gleich grosse Kreise k_1, k_2, k_3 schneiden sich nichttangential in einem Punkt P . Seien A und B die Mittelpunkte der Kreise k_1 und k_2 . Sei D bzw. C der von P verschiedene Schnittpunkt von k_3 mit k_1 bzw. k_2 . Zeige, dass $ABCD$ ein Parallelogramm ist.
3. In einem Tennisturnier haben mehr als zwei Spieler teilgenommen. Dabei haben je zwei Spieler genau einmal gegeneinander gespielt, und jeder Spieler hat mindestens ein Match gewonnen. Zeige, dass es drei Spieler A, B, C gibt, sodass A gegen B , B gegen C und C gegen A gewonnen hat.
4. Seien a, b, c natürliche Zahlen, sodass a ein Teiler von b^2 , b ein Teiler von c^2 und c ein Teiler von a^2 ist. Zeige, dass

$$a^7 + b^7 + c^7$$

durch abc teilbar ist.

5. Ein 6×6 -Quadrat ist mit 18 Dominosteinen irgendwie lückenlos und überlappungsfrei bedeckt. Zeige, dass es stets eine Gerade gibt, die das Quadrat in zwei Teile zerschneidet, aber keinen der Dominosteine zerteilt.

Lösungen zu den obigen Aufgaben gibt es auf www.imosuisse.ch in der Rubrik Vorrunde.

6. (**Monatsaufgabe September**) Betrachte ein $m \times n$ Rechteck welches mit $n - 1$ horizontalen und $m - 1$ vertikalen Gittergeraden in mn Einheitsquadrate unterteilt ist. Wir schneiden das Rechteck in einzelnen Schritten in mn Einheitsquadrate. Im ersten Schritt schneiden wir das Rechteck einer Gitterlinie entlang in zwei Stücke. In jedem folgenden Schritt wählen wir ein Stück aus und schneiden es wieder einer Gitterlinie entlang in zwei Stücke. Wie viele Schritte sind mindestens notwendig um das Rechteck in mn Einheitsquadrate zu zerlegen? Begründe deine Antwort.
7. (**Monatsaufgabe Oktober**) Zwei Kreise berühren sich von innen in einem Punkt T . Eine Sehne AB des äusseren Kreises berühre den inneren Kreis im Punkt P . Man beweise, dass TP den Winkel ATB halbiert.

Bei den Monatsaufgaben gibt es einen Büchergutschein zu gewinnen. Weitere Infos unter