

## SMO Beispielaufgaben

**Wichtig:** Die zum Lösen dieser Aufgaben notwendige Theorie wird in unseren Vorbereitungstreffen unterrichtet und es steht Zeit zum Üben zur Verfügung. Es ist also *nicht* nötig, dass du diese Aufgaben lösen kannst um dich bei der SMO anzumelden.

1. In einem Raum sind sechs Personen. Je zwei dieser Personen sind entweder Freunde oder Feinde. Zeige, dass man stets drei dieser Leute auswählen kann, die entweder gegenseitig befreundet oder gegenseitig befeindet sind.
2. Drei gleich grosse Kreise  $k_1, k_2, k_3$  schneiden sich nichttangential in einem Punkt  $P$ . Seien  $A$  und  $B$  die Mittelpunkte der Kreise  $k_1$  und  $k_2$ . Sei  $D$  bzw.  $C$  der von  $P$  verschiedene Schnittpunkt von  $k_3$  mit  $k_1$  bzw.  $k_2$ . Zeige, dass  $ABCD$  ein Parallelogramm ist.
3. In einem Tennisturnier haben mehr als zwei Spieler teilgenommen. Dabei haben je zwei Spieler genau einmal gegeneinander gespielt, und jeder Spieler hat mindestens ein Match gewonnen. Zeige, dass es drei Spieler  $A, B, C$  gibt, sodass  $A$  gegen  $B$ ,  $B$  gegen  $C$  und  $C$  gegen  $A$  gewonnen hat.
4. Seien  $a, b, c$  natürliche Zahlen, sodass  $a$  ein Teiler von  $b^2$ ,  $b$  ein Teiler von  $c^2$  und  $c$  ein Teiler von  $a^2$  ist. Zeige, dass

$$a^7 + b^7 + c^7$$

durch  $abc$  teilbar ist.

5. Ein  $6 \times 6$ -Quadrat ist mit 18 Dominosteinen irgendwie lückenlos und überlappungsfrei bedeckt. Zeige, dass es stets eine Gerade gibt, die das Quadrat in zwei Teile zerschneidet, aber keinen der Dominosteine zerteilt.

Lösungen zu den obigen Aufgaben gibt es auf [www.imosuisse.ch](http://www.imosuisse.ch).

6. (**Monatsaufgabe September**) Ariana und Berta spielen folgendes Spiel:

Es gibt 22 Karten von 1 bis und mit 22 durchnummeriert. Ariana wählt eine Karte und legt sie auf den Tisch. Berta legt eine der übrigen Karten rechts von Ariana's Karte auf den Tisch so, dass die Summe der Zahlen auf den zwei Karten eine Quadratzahl ist. Ariana legt eine der übrigen Karten rechts von der letzten Karte so, dass die Summe der letzten zwei Zahlen eine Quadratzahl ist und so weiter. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Karten gespielt sind oder keine weitere Karte auf den Tisch gelegt werden kann. Die Gewinnerin ist diejenige, die die letzte Karte gespielt hat.

Gibt es für Ariana eine Gewinnstrategie?

Bei den Monatsaufgaben kann man einen Büchergutschein gewinnen (Lösungen bis Ende Monat an [dima@imosuisse.ch](mailto:dima@imosuisse.ch) schicken). Weitere Infos unter